

**Gerçek Sayı Aralıkları**

- $a < x < b$  ifadesine açık aralık denir ve  $(a, b)$  ile
- $a \leq x \leq b$  ifadesine kapalı aralık denir ve  $[a, b]$  ile
- $a \leq x < b$  ve  $a < x \leq b$  ifadelerine yarı açık aralık denir sırasıyla  $[a, b)$  ve  $(a, b]$  ile gösterilir.

**örnek 1**

Sayı doğruları üzerinde koyu çizgi ile gösterilen kısımları bir gerçek sayı aralığı olarak ifade ediniz.

- a)  $(-2, 3)$
- b)  $[-2, 3]$
- c)  $[-2, 3)$
- d)  $(-2, 3]$
- e)  $(-\infty, 1)$
- f)  $(1, \infty)$

\*  $-\infty, \infty$  hep açık uçlu

**örnek 2**

$\left[-3, \frac{23}{11}\right) \rightarrow 2, 2$

aralığında kaç tam sayı vardır?

**11**

**Çözüm:**

$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$

**not**

$[a, b)$  durumunda a değeri aralığa dahil iken, b değeri aralığa dahil değildir.

$A = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

**örnek 3**

$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$A = [-6, 3)$   
 $B = (-2, 5]$

olmak üzere,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  ve  $B - A$  kümelerini bulunuz.

$A \cap B = \{-1, 0, 1, 2\} \Rightarrow [-1, 2]$

$A \cup B = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow [-6, 5]$

$[-3, 4)$  aralığında kaç tane tam sayı olduğunu bulalım.

$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \rightarrow 7$  tane

**not**

Kesişim için alt sınırların büyüğü ile üst sınırların küçüğü, birleşim için alt sınırların küçüğü ile üst sınırların büyüğü yeni sınırlar olarak adlandırılır.

**uygulama 1**

$A = \{x \mid -20 < x < 30, x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$   
 $B = \{x \mid -15 \leq x < 42, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,  $A \cap B$  kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

**Çözüm:**

$A \cap B = -15 \leq x < 30$

$\rightarrow -12, -6, 0, 6, 12, 18, 24$

**BİRİNCİ DERECE DEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİK**

a, b birer gerçek sayı ve  $a \neq 0$  olmak üzere,

- $ax + b > 0$
- $ax + b \geq 0$
- $ax + b < 0$
- $ax + b \leq 0$

İfadelerinin her birine birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik denir.

Eşitsizlikler aynen denklemler gibi çözülür, fakat bir eşitsizliğin her iki yanını negatif bir sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

$-2(2x + 5 > 0) \rightarrow -4x - 10 < 0$

**MATEMATİK**

$(-\infty, 2)$

**Eşitsizlik Özellikleri**

- $a > b$  ise
  - $a + k > b + k$ ,  $a - k > b - k$
  - $a \cdot k > b \cdot k$ ,  $\frac{a}{k} > \frac{b}{k}$  ( $k > 0$ )
  - $a \cdot k < b \cdot k$ ,  $\frac{a}{k} < \frac{b}{k}$  ( $k < 0$ )

- $a + c > b$  ise  $a > b - c$
- $a - c > b$  ise  $a > b + c$
- $a < b < c$  ise  $a < b$  ve  $b < c$

a ile b aynı işaretli gerçel sayılar olmak üzere,  
 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  ise  $a > b$

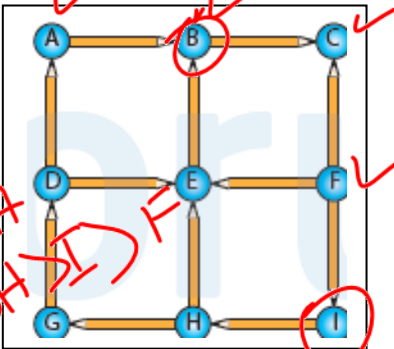
Eşitsizliklerde içler dışlar çarpımı yapmak sakıncalıdır. Payda yok edilmek istenirse eşitliğin iki yanını paydaların ortak bir katı ile çarpılır.

Bir eşitsizliğin her iki yanının aynı dereceden tek kuvveti alınabilir.

n tek tam sayı ve  $a < x < b$  ise  $a^n < x^n < b^n$

**TYT 2018**

Aşağıda, 12 kalem ve 1'den 9'a kadar birbirinden farklı rakamlarla numaralandırılacak 9 topun görünümü verilmiştir.



Şekilde, her bir kalemin yazan ucunun gösterdiği topun numarası kalemin yazmayan ucunun gösterdiği topun numarasından büyüktür.

Örneğin, yukarıdaki şekilde B sayısı A sayısından büyüktür.

Buna göre, A + E + G toplamı kaçtır?

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17

**Çözüm:**

$C > B > E > A > D > G > H > F > I$   
9 8 7 6 5 4 3 2 1

**örnek 4**

$$3x - \frac{1}{2} < x + \frac{7}{2}$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

**Çözüm:**

$$3x - x < \frac{7}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 2x < \frac{8}{2} \Rightarrow 2x < 4$$

**örnek 5**

$$\frac{2x - 5}{3} \leq 3$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

**Çözüm:**

$$2x - 5 \geq -9$$

$$2x \geq -4 \Rightarrow x \geq -2$$

**örnek 6**

$$-1 < \frac{1 - 2x}{3} \leq 9$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

**Çözüm:**

$$-3 < 1 - 2x \leq 27$$

$$-4 < -2x \leq 26$$

$$2 > x \geq -13$$

**örnek 7**

$$-3 < x < 5$$

olmak üzere,

$2x - 3$  ifadesinin değer aralığını bulunuz

**Çözüm:**

$$(-9, 7)$$

b)  $4 - x$  ifadesinin değer aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} -3 < x < 5 \\ 3 > -x > -5 \\ 7 > 4-x > -1 \end{aligned}$$

**YGS 2017**

$x$  gerçeksayı için,

$$-3 < 2x < 7$$

olduğuna göre,  $5 - x$  ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 5      B) 10      C) 15      D) 20      E) 25

Çözüm:

$$-\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) > -x > \left(-\frac{7}{2}\right)$$

$$6 > 5-x > 3$$

$$2, 3, 4, 5, 6$$

**uygulama 2**

$x$  ve  $y$  birer gerçek sayıdır.

$$-2 < x \leq 6$$

$$2x - y + 1 = 0$$

olduğuna göre,  $y$  nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-3, 13]$       B)  $(-4, 12]$       C)  $(-1, 3]$   
D)  $(-2, 12]$       E)  $[-12, 4)$

Çözüm

$$-2 < x \leq 6$$

$$-4 < y-1 \leq 12$$

$$-3 < y \leq 13 \rightarrow (-, 13]$$

**YGS 2016**

$x$  ve  $y$  gerçeksayı için,

$$3 < x < 12$$

$$\frac{x}{y} > \frac{3}{2}$$

olduğuna göre,  $y$  nin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 18      B) 21      C) 25      D) 28      E) 32

Çözüm:

$$3 < \frac{3}{2} < 12$$

$$6 < y < 24$$

$$7 < y < 28$$

**not**

Sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında yer alan gerçek sayıların kuvveti arttıkça değeri azalır.

$$\frac{1}{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3 > \dots$$

$$x^2 < x \text{ ise } 0 < x < 1$$

$$x^2 < -x \text{ ise } -1 < x < 0$$

**örnek 8**

olduğuna göre,  $\frac{7x-1}{2}$  ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$0 < 7x < 7$$

$$-1 < 7x-1 < 6$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{7x-1}{2} < \frac{6}{2}$$

**örnek 9**

$$x(x+1) < 0$$

olduğuna göre,  $3 - 2x$  ifadesinin değer aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$2 > -2x > 0$$

$$5 > -2x > 3$$

$$(3, 5)$$

**MATEMATİK**

**örnek 10**

Aşağıdaki eşitsizliklerde,  $x^3$  ün değer aralığını bulunuz.

- a)  $2 < x < 5$   
b)  $-3 < x < 1$

**Çözüm:**

**örnek 11**

Aşağıdaki eşitsizliklerde,  $x^2$  nin değer aralığını bulunuz.

- a)  $2 < x < 5$   
b)  $-5 < x < -2$   
c)  $-5 < x < 2$

**Çözüm:**

**not**

Bir eşitsizliğin çift kuvveti alınırken, verilen aralıkta sıfır varsa, aralığın alt sınırı sıfır olarak alınır.

**uygulama 3**

$$-7 \leq 2x - 1 < 3$$

olduğuna göre,  $(x + 1)^2$  ifadesinin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (4, 49]      B) (9, 36]      C) (0, 36]  
D) [4, 9)      E) [0, 9)

**Çözüm:**

**örnek 12**

$$0 < a < b \text{ ve } x = \frac{-a + 3b}{b}$$

olduğuna göre,  $x$  in değer aralığını bulunuz.

**Çözüm:**

**not**

$$0 < a < b \text{ ise } 0 < \frac{-a}{b} < 1 \text{ ve } \frac{-b}{b} > 1$$

$$0 < a < b \text{ ise } 0 < \frac{a}{b} < 1 \text{ ve } \frac{b}{a} > 1$$

$$b < a < 0 \text{ ise } 0 < \frac{a}{b} < 1 \text{ ve } \frac{b}{a} > 1$$

**uygulama 4**

$$x < y < 0 \text{ ve } k = \frac{2y - x}{y}$$

olduğuna göre,  $k$  nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

**Çözüm:**

**LYS 2013**

$$0 < a < 3a^2$$

$$b - 1 = 6a$$

olduğuna göre,  $b$  nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**Çözüm:**

**örnek 13**

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{x} < 2$$

olduğuna göre, x kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

Çözüm:

**hatırlatma**

a ile b aynı işaretli iki gerçel sayı ve  
 $\frac{1}{a} < \frac{1}{x} < \frac{1}{b} \Rightarrow a > x > b$  dir.

**uygulama 5**

Aşağıdaki sayı doğrusunda  $\frac{1}{A}$  sayısının bulunduğu aralık gösterilmiştir.



Bunlardan hangisidir?

- A) B) C) D) E)

Çözüm:

**uygulama 6**

$$0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$$

olduğuna göre,

- I.  $x > y$   
II.  $0 < \frac{x}{y} < 1$   
III.  $x + y > 1$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I                      B) Yalnız III                      C) I ve II  
D) II ve III                      E) I ve III

Çözüm:

**LYS 2017**

Sıfırdan farklı x ve y gerçel sayıları için  $y < x$  ve  $x^2 < y^2$  olduğuna göre,

- I.  $x \cdot y > 0$   
II.  $x + y < 0$   
III.  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} > 0$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I                      B) Yalnız II                      C) I ve II  
D) I ve III                      E) II ve III

Çözüm:

**uygulama 7**

a, b ve c pozitif tam sayılar,

$$\frac{a-b}{b} > 2$$

$$\frac{b+c}{3} > c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

- B) 10                      C) 12                      D) 13                      E) 14

**MATEMATİK**

Çözüm:

**örnek 14**

$$a > b \text{ ve } a^2 - ab < 0$$

olduğuna göre,

- I.  $a < 0$
- II.  $a \cdot b < 0$
- III.  $a + b < -1$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

Çözüm:

**örnek 15**

a, b, c birer gerçekte sayıdır.

$$a + b < b + c < a + c$$

olduğuna göre, a, b, c sayılarını büyükten küçüğe sıralayınız.

Çözüm:

**hatırlatma**

$$x < y < z \text{ ise } x < y \text{ ve } y < z$$

**YGS 2013**

x, y ve z gerçekte sayıları için

$$x + y < 0 < x < y + z$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $x < y < z$
- B)  $x < z < y$
- C)  $y < x < z$
- D)  $y < z < x$
- E)  $z < y < x$

Çözüm:

**ÖSS 2006**

Bir mağazada pantolon p, kazak k, tişört t TL den satılmaktadır. Aşağıdaki tabloda Defne, Engin ve Mutlu'nun bu mağazadan aldıkları pantolon, kazak ve tişört sayıları gösterilmiştir.

	Aldığı Giysi Sayısı		
	Pantolon	Kazak	Tişört
Defne	2	1	1
Engin	1	1	2
Mutlu	1	2	1

Aldıkları giysiler için en az parayı Engin en çok parayı Mutlu ödediğine göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $p < t < k$
- B)  $k < t < p$
- C)  $k < p < t$
- D)  $t < p < k$
- E)  $t < k < p$

Çözüm:



**uygulama 8**

4 katının 6 fazlası, 2 eksiğinin en az 6 katına eşit olan kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

- A) 5      B) 6      C) 9      D) 10      E) 12

Çözüm:

**örnek 16**

$$-8 < (x - 1)^3 < 27$$

$$\frac{x-0,1 \cdot y}{2} = 0,5$$

olduğuna göre, y kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

Çözüm:

**uygulama 9**

$$-10 < 2x - y \leq 20$$

$$\frac{x+y}{4} = y$$

olduğuna göre, x in değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-2, 4]      B) (-3, 12]      C) (-6, 12]

D)  $\left[-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$       E) [-6, 6)

Çözüm:

**uygulama 10**

Bir tüccar a liraya aldığı malı %20 kârla, b liraya aldığı başka bir malı %15 zararla satmıştır.

Tüccar bu iki malın satışından kâr ettiğine göre, a ile b arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2a > 3b$       B)  $3a > 4b$       C)  $12a > 11b$   
D)  $4a > 3b$       E)  $24a > 23b$

Çözüm:



